

令和6年度・自治医科大学入学試験「数学」出題意図

自治医科大学入学試験「数学」(2次)(記述式)の出題意図を提示します。

曲線 $C_1: y = ax^2$ (x は実数, $a > 0$, a は実数), 曲線 $C_2: y = \frac{1}{x}$ (x は実数, $x < 0$),

曲線 $C_3: y = -\frac{1}{x}$ (x は実数, $x > 0$), 曲線 C_1 上の点 $Q(q, aq^2)$ (q は負の実数) および

点 $R(r, ar^2)$ (r は正の実数), 曲線 C_2 上の点 $P\left(p, \frac{1}{p}\right)$ (p は負の実数),

曲線 C_3 上の点 $S\left(s, -\frac{1}{s}\right)$ (s は正の実数) について考えます。

$x < 0$ (x は実数) において, 直線 l_1 は曲線 C_2 と点 P で接し, 曲線 C_1 と点 Q で接します。

$x > 0$ (x は実数) において, 直線 l_2 は曲線 C_3 と点 S で接し, 曲線 C_1 と点 R で接します。

直線 l_1 と直線 l_2 の交点を A とします。

- 1) p, q, r, s がそれぞれ a の式でどのように表記されるのかを問いました。
- 2) 点 A が y 軸上に存在することを示してもらうとともに, 点 A の y 座標が a の式でどのように表記されるのかを問いました。
- 3) $\triangle AQR$ の面積が一定の値となることを示してもらうとともに, $\triangle AQR$ の面積の値を問いました。
- 4) $\triangle AQR$ が正三角形となるときの a の値を問いました。
- 5) 曲線 C_1 上の点 Q における法線を直線 l_3 , 曲線 C_1 上の点 R における法線を直線 l_4 ,

直線 l_3 と直線 l_4 の交点を B とし, 線分 AB の中点を M と表記します。

$\angle QAR = 120^\circ$ となるときに $\triangle QMA$ がどのような三角形となるのかを示してもらうとともに, $\triangle QMA$ の面積の値を問いました。