

# 入学試験問題(2次)

## 数 学

令和3年2月10日

試験時間 30分

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子と解答用紙を開かないこと。
- 2 この問題冊子は表紙・白紙を除き1ページである。解答用紙は表紙・白紙を含め6枚である。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用すること。
- 4 解答を訂正する場合は、消しゴムできれいに消すこと。
- 5 監督員の指示に従って、問題冊子の表紙の指定欄および5枚の解答用紙(白紙を除く)の指定欄に受験番号、氏名を記入すること。
- 6 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 7 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受験番号					
------	--	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

数列  $\{c_n\}$  ( $c_n$  は正の実数値をとる) は,

不等式  $I: c_n^3 - 14c_n^2 + \left(49 - \frac{1}{n+3}\right)c_n \leq 0$  を満たすものとする。

$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$  について考える。

関数  $f(x) = x^3 - 14x^2 + 49x$ , 関数  $g_n(x) = \frac{1}{n+3}x$  とする。

ただし,  $x$  は実数,  $n$  は自然数とする。

以下の設問に答えよ。

- 1) 関数  $y = f(x)$  の第 1 次導関数をもとめ, 増減表を作成し, グラフの概形をかけ。
  
- 2) 方程式  $f(x) - g_n(x) = 0$  は,  $x = 0$  以外に異なる 2 つの実数解をもつことを証明せよ。  
 $x = 0$  以外の 2 つの実数解を  $a_n, b_n$  ( $a_n > b_n$ ) とし,  
 $a_n, b_n$  それぞれを  $n$  の式で表記せよ。
  
- 3)  $a_n, b_n$  それぞれを数列  $\{a_n\}$  および数列  $\{b_n\}$  と考えることにする ( $n$  は自然数)。  
 $a_1, b_1$  をもとめ,  $b_{n+1} > b_n$  および  $a_n > a_{n+1}$  となることを示せ。
  
- 4)  $a_n, b_n, c_n$  の大小関係について考察し,  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$  が収束するかどうか判定せよ。  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$  が収束する場合, その極限值を求めよ。