

# 入 学 試 験 問 題 (2次)

## 数 学

令和4年2月9日

試験時間 30分

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子と解答用紙を開かないこと。
- 2 この問題冊子は表紙・白紙を除き2ページである。解答用紙は表紙・白紙を含め8枚である。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用すること。
- 4 解答を訂正する場合は、消しゴムできれいに消すこと。
- 5 監督員の指示に従って、問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入すること。
- 6 監督員の指示に従って、解答用紙の表紙の指定欄には受験番号と氏名を、2枚目から7枚目の指定欄には受験番号を記入すること。
- 7 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙左上のホチキス留めは、外さないこと。
- 9 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受験番号					
------	--	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

1 辺の長さが 1 の正四面体  $A_1B_1C_1D_1$  について考える。

図に示すように、 $\triangle B_1C_1D_1$  の重心を点  $A_2$ 、 $\triangle A_1C_1D_1$  の重心を点  $B_2$ 、 $\triangle A_1B_1D_1$  の重心を点  $C_2$ 、 $\triangle A_1B_1C_1$  の重心を点  $D_2$  とする。

以下の設問に答えよ。

- 1)  $\angle A_1A_2B_1 = \angle A_1A_2C_1 = \angle A_1A_2D_1 = 90^\circ$  となることを示し、線分  $A_1A_2$  の長さ  
と正四面体  $A_1B_1C_1D_1$  の体積を求めよ。
- 2)  $A_1B_1 \parallel A_2B_2$  であることを示し、線分  $A_2B_2$  の長さを求めよ。
- 3)  $A_2, B_2, C_2, D_2$  を頂点とする立体は正四面体となることを証明せよ。
- 4) 上記の作業を繰り返し ( $k \geq 3$ ,  $k$  は整数),  $\triangle B_{k-1}C_{k-1}D_{k-1}$  の重心を点  $A_k$ ,  
 $\triangle A_{k-1}C_{k-1}D_{k-1}$  の重心を点  $B_k$ ,  $\triangle A_{k-1}B_{k-1}D_{k-1}$  の重心を点  $C_k$ ,  
 $\triangle A_{k-1}B_{k-1}C_{k-1}$  の重心を点  $D_k$  とする。

新たに構成された  $A_k, B_k, C_k, D_k$  を頂点とする立体は正四面体となることを示せ。

以下の設問 5), 6) については設問 3), 4) の結果を証明なしに用いてもよい。

- 5) 上記の設問の作業により構成された正四面体  $A_nB_nC_nD_n$  ( $n \geq 2$ ,  $n$  は整数) の体積を  $V_n$  とする。正四面体  $A_1B_1C_1D_1$  の体積を  $V_1$  と表記する。 $V_n \leq \frac{V_1}{10^{100}}$  となる  
ときの  $n$  の最小値を求めよ。必要であれば、 $\log_{10} 3 = 0.4771$  を用いよ。
- 6)  $S_n = \sum_{i=1}^n V_i$  とする。 $S_n$  を  $V_1$  を用いて表すとともに、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{V_1}$  の値を求めよ。

