入　学　試　験　問　題（2次）

数　　　　　　学

令和5年2月8日　　　　　　試験時間30分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子と解答用紙を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き1ページである。解答用紙は表紙を含め6枚である。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用すること。

4　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

5　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入すること。

6　監督員の指示に従って，解答用紙の表紙の指定欄には受験番号と氏名を，2枚目から6枚目の指定欄には受験番号を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙左上のホチキス留めは，外さないこと。

9　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

関数$f(x)=x^3-6x^2+ax-7$（aは実数定数，関数$f(x)$の定義域は実数全体，関数$f(x)$は連続関数）と3次方程式$x^3-6x^2+ax-7=0$（aは実数定数）について考える。3次方程式は複素数の範囲で常に3個の解をもつことが知られている（2重解は重なった2個の解，3重解は重なった3個の解として数えるものとする）。

以下の設問に答えよ。

1）3次方程式$x^3-6x^2+ax-7=0$（aは実数定数）が$p+qi$（p，qは実数，$q \neq 0$，$i^2=-1$）を解にもつならば，$p+qi$と共役な複素数$p-qi$もこの3次方程式の解となることを示せ。

2）関数$f(x)$において，$f(M)>0$，$f(m)<0$であり，$x \geqq M$，$x \leqq m$のとき$f'(x)>0$となる実数M，m（$M>0$，$m<0$）が存在することを示せ。

3）3次方程式$x^3-6x^2+ax-7=0$は少なくとも1つの実数解をもつことを示せ。

以下の設問4)，5)については設問1)，2)，3)の結果を証明なしに用いてもよい。

複素平面上において，3次方程式$x^3-6x^2+kx-7=0$（kは実数定数）の3つの解を点A，B，Cと表記するとき，3点A，B，Cを頂点とする三角形は，1辺の長さが$\sqrt{3}$の正三角形ABCとなる。

以下の設問4)，5)に答えよ。

4）3次方程式$x^3-6x^2+kx-7=0$の3つの解のうち，虚数解の個数が2となることを示せ。

5）3次方程式$x^3-6x^2+kx-7=0$におけるkの値と3つの解を求めよ。