

入 学 試 験 問 題 (1次)

数 学

令和3年1月25日

9時00分—10時20分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
- 2 この問題冊子は表紙・白紙を除き9ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用すること。
- 4 解答は、各設問ごとに一つだけ選び、解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。
- 5 解答を訂正する場合は、消しゴムできれいに消すこと。
- 6 監督員の指示に従って、問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し、解答用紙の指定欄に受験番号、受験番号のマーク、氏名を記入すること。
- 7 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受験番号				
------	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つ選べ。

- 1 $A = x^3 - 2a^2x + 4a^3$, $B = x + 2a$ を x についての整式とみて、
 A を B で割った余りを求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 2 方程式 $(\log_{10} x - \log_{10} 2)(\log_{10} x - \log_{10} 4) = 1$ は異なる 2 つの実数解 α , β を
もつ。 $\alpha\beta$ の値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 3 n を 2 以上の自然数とする。 n と $n^2 - 2n + 3$ がどちらも素数となるときのすべ
ての n の和を S とする。 $\frac{S}{2}$ の値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

4 自然数 x, y, z は $x + 2y + 3z = 10$ を満たすとする。

$x + y + z$ の最大値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

5 異なる3つの複素数 $\alpha = xi, \beta = 4 + 3i, \gamma = 2 + 2i (i^2 = -1)$ (x は実数) が複素数平面上で表す点を、それぞれ A, B, C とする。3点 A, B, C が同一直線上にあるとき、 x の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

6 $x^2 + y^2 = 10, x \sin \alpha + y \cos \alpha = 1$ であるとき、

$|x \cos \alpha - y \sin \alpha|$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

7 座標平面上において点 $A(t, 1)$ (t は正の実数) と原点 O を結ぶ線分 OA の垂直二等分線を直線 l とする。線分 OA と直線 l の交点を B 、直線 l と x 軸の交点を C とする。 $\triangle OBC$ の面積が 1 であるとき、 t の値は異なる実数 α, β となる。 $\alpha + \beta$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

8 円 $C: x^2 + y^2 = 25$ について考える。円 C と x 軸との 2 つの交点を $A(5, 0)$, $B(-5, 0)$ とし、円 C 上を動く点を $P(x, y)$ とする (x, y ともに正の実数)。 $\triangle ABP$ の内接円の面積が円 C の面積の $\frac{1}{16}$ になるとする。 $\triangle ABP$ の面積を S とするとき、 $\frac{8\sqrt{S}}{5}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

9 方程式 $\cos^2 x + a \sin x + a - 2 = 0$ (a は実数) は、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ で解をもつとする。このとき、 a のとりうる値の範囲は、 $m \leq a \leq M$ となる。 $\frac{(2M + m)^2}{2}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 10 A, B, C, D の4つの袋の中に白球, 赤球が入っている(袋A(白球4個, 赤球1個), 袋B(白球3個, 赤球1個), 袋C(白球2個, 赤球1個), 袋D(白球1個, 赤球1個))。これらA, B, C, Dの袋からそれぞれ1個の球を取り出すとき, 2個以上が赤球である確率を P とする。 $\frac{23}{12P}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 11 n は自然数とする。実数 $\left(\frac{3n+1}{25e}\right)^{\frac{6n+2}{7}}$ を最小とする n を k としたとき, $\frac{k}{4}$ の値を求めよ。 e は自然対数の底を表すものとする。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 12 楕円 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ について考える。点 $A(1, t)$ ($t > 1$, t は実数) から楕円 C に異なる2本の接線を引くことにする。楕円 C と2本の接線との接点の座標をそれぞれ, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) とする。 $|y_1 - y_2|$ が最大となるとき, $4t^2$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

13 実数 x, y が $x \geq \frac{1}{27}, y \geq 3, xy = 27$ であるとき、

$(\log_3 x)^2(1 - 4 \log_3 y - 3 \log_3 x) - 8 \log_3 x \cdot \log_3 y$ の最大値を M , 最小値を m とする。 $\frac{M-m}{40}$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

14 関数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + b$ (a, b は実数, $0 < a < 1$) は, $-1 \leq x \leq 2$ (x は実数) において, 最大値 6, 最小値 0 をとるものとする。

このときの $\frac{b}{a}$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

15 $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{2 + \sin x} dx$ とする。 $\frac{6e^S}{e}$ の値を求めよ。 e は自然対数の底を表すものとする。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

次の文章を読み、以下の問い(問題 **16** ~ **18**)に対する選択肢から最も適当なものを一つ選べ。

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき、方程式 $E: \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 2\sqrt{2}$ が成立しているとする。

I このとき、 $\sin x + \cos x$ は **16** となり、 $\sin x \cos x$ は **17** となる。

16

- ア $\frac{1}{4}$
 カ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
 サ $\frac{1}{2}$
 タ $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 チ 1
 ハ $\sqrt{2}$
 マ 2
 ヤ $2\sqrt{2}$
 ム 4
 フ $4\sqrt{2}$

17

- ア $\frac{1}{4}$
 カ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
 サ $\frac{1}{2}$
 タ $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 チ 1
 ハ $\sqrt{2}$
 マ 2
 ヤ $2\sqrt{2}$
 ム 4
 フ $4\sqrt{2}$

II したがって、 $x =$ **18** が方程式 E の解である。

18

- ア 0
 カ $\frac{\pi}{20}$
 サ $\frac{\pi}{15}$
 タ $\frac{\pi}{10}$
 チ $\frac{\pi}{8}$
 ハ $\frac{\pi}{7}$
 マ $\frac{\pi}{6}$
 ヤ $\frac{\pi}{5}$
 ム $\frac{\pi}{4}$
 フ $\frac{\pi}{3}$

次の文章を読み、以下の問い(問題19～22)に対する選択肢から最も適当なものを一つ選べ。

1 辺の長さが2の正四面体OABCについて考える(△ABCを底面とする)。
△ABCの辺ABの中点をD、辺ACの中点をE、辺BCを1:2、2:1に内分する点をそれぞれF、Gとし、半直線DFと半直線EGの交点をHとする。

I \overrightarrow{DF} を \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} 、 \overrightarrow{OC} で表すと、 $\overrightarrow{DF} = \frac{-3\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + x\overrightarrow{OC}}{6}$ となる。このとき、 $x =$ **19**である。

19

- ア 1 カ 2 サ 3 タ 4 ナ 5
ハ -1 マ -2 ヤ -3 ラ -4 ワ -5

II \overrightarrow{EG} を \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} 、 \overrightarrow{OC} で表すと、 $\overrightarrow{EG} = \frac{-3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + y\overrightarrow{OC}}{6}$ となる。このとき、 $y =$ **20**である。

20

- ア 1 カ 2 サ 3 タ 4 ナ 5
ハ -1 マ -2 ヤ -3 ラ -4 ワ -5

III \overrightarrow{OH} を \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} 、 \overrightarrow{OC} で表すと、 $\overrightarrow{OH} = p\overrightarrow{OA} + q\overrightarrow{OB} + r\overrightarrow{OC}$ (p, q, r は整数)となる。このとき、 $p^2 + q^2 + r^2$ の値は**21**である。

21

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

IV $\vec{OH} \cdot \vec{OA}$ の値は、**22**である。

22

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

次の文章を読み、以下の問い(問題**23**～**25**)に対する選択肢から最も適当なものを一つ選べ。

数列 $\{a_n\}$ の一般項は、 $a_n = (-1)^{n+1} n^2$ (n は自然数)で与えられる。

数列 $\{a_n\}$ について、初項から第 n 項までの和を S_n とする。

I S_6 の値は **23** となる。

23

- | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|
| ア | 12 | カ | 15 | サ | 18 | タ | 21 | チ | 24 |
| ハ | -12 | マ | -15 | ヤ | -18 | ラ | -21 | ワ | -24 |

II $\frac{S_{101}}{1717}$ の値は **24** となる。

24

- | | | | | | | | | | |
|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|
| ア | 1 | カ | 2 | サ | 3 | タ | 4 | チ | 5 |
| ハ | -1 | マ | -2 | ヤ | -3 | ラ | -4 | ワ | -5 |

Ⅲ $a_n + 2S_n = -4656$ となるときの n の値を k とする。

k の値は となる。

- | | | | | | | | | | |
|-------------------------|----|-------------------------|----|-------------------------|----|-------------------------|----|-------------------------|----|
| <input type="radio"/> ア | 34 | <input type="radio"/> カ | 35 | <input type="radio"/> サ | 36 | <input type="radio"/> タ | 37 | <input type="radio"/> ナ | 38 |
| <input type="radio"/> ハ | 44 | <input type="radio"/> マ | 45 | <input type="radio"/> ヤ | 46 | <input type="radio"/> ラ | 47 | <input type="radio"/> ワ | 48 |