入 学 試 験 問 題（1次）

数　　学

令和6年1月22日　　　　9時00分—10時20分

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き10ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用すること。

4　解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 整式A：ax^3+bx^2+cx+d（a，b，c，dは実数，$a \neq 0$）について考える。
整式Aを整式x^2+x+1で割ると，余りが$5x+7$であり，整式Aを整式x^2+1で割ると，余りが$2x+3$となる。
$a-b+c-d$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 不等式$\log_2(x-2)<5.5+\log_{0.5}(x-4)$を満たす整数$x$の個数を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 $N=\dfrac{k^2+k+300}{k^3+k^2+2k+2}$（$k$は0以上の整数）について考える。
Nが自然数となるときのすべてのkの値の和をSとする。Sの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 $x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}}=3$ のとき，$\dfrac{x+x^{-1}}{2}$ の値を求めよ。
ただし，x は実数，$x \neq 0$ とする。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

5 関数 $y=|3x+6|+|x-2|$ (x は実数)は $x=k$ で最小値 m をとる(k, m は実数)。
$m-k$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

6 複素数 z が $|z-3i|=\sqrt{2}$ ($i^2=-1$)を満たすとき，$|z-3|$ の最大値，最小値をそれぞれ M，m とする。
$\dfrac{M}{m}$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

7 実数x, yが$x^2+y^2=1$を満たすとき，$5x^2+4xy+y^2$の最大値をM，最小値をmとする。

$\dfrac{(M-m)^2}{4}$の値を求めよ。

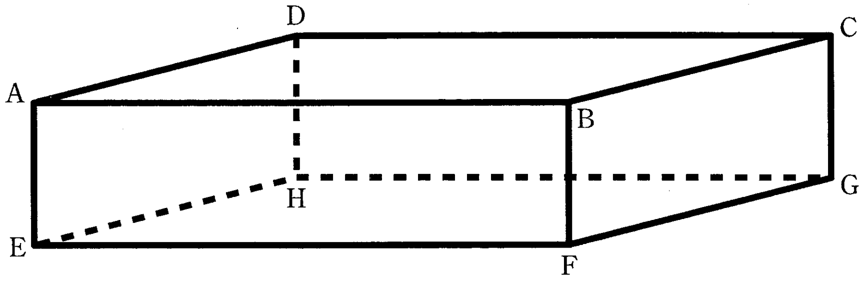
㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 △ABCにおいて，辺BCを1：2に内分する点をP，辺ABを1：2に内分する点をQとする。

直線APと直線CQの交点をRとするとき，△ACRの面積は△AQRの面積のk倍となる。kの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 $AB = 4$, $AD = 2\sqrt{2}$, $AE = 1$ である直方体 ABCD–EFGH (図を参照のこと) について考える。辺 EF の中点を M とする。
点 P が辺 GH 上を動くとき，内積 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PM}$ の最小値を求めよ。



㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

10 箱の中に赤いカードが 3 枚，白いカードが 5 枚入っている。箱から 1 枚のカードを取り出して，色を調べてから，もとに戻す試行を続けて 32 回行うこととする。
赤いカードがちょうど r 回出る確率を $P(\mathrm{r})$ とする (r は整数，$0 \leqq \mathrm{r} \leqq 32$)。
$P(\mathrm{r})$ が最大となる r の値を k としたとき，$\dfrac{k}{3}$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

11　不等式$\cos 3\theta + 2\cos 2\theta + 2\cos\theta + 1 \geqq 0$ $(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$を満たす$\theta$の範囲は，$a \leqq \theta \leqq b$，$c \leqq \theta \leqq d$，$e \leqq \theta \leqq f$と表記される。

ただし，$0 \leqq a < b < c < d < e < f \leqq 2\pi$とする。

$\dfrac{c + d + e - f}{a + b}$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

12　2次方程式$x^2 - x - 1 = 0$の異なる2つの実数解をそれぞれα，βと表記する$(\alpha < \beta)$。$\dfrac{\alpha^{10} + \beta^{10} - 3(\alpha^7 + \beta^7)}{12}$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

13 xがすべての実数値をとって変化するとき，

関数$f(x)=\dfrac{6x-1}{2x^2+x+2}$について考える。

関数$f(x)$は$x=\alpha$で最小値m，$x=\beta$で最大値Mをとる。

$\alpha+\beta-5(M+m)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 曲線$C:x^2-xy+y^2=4$について考える(x，yは実数，$x\geqq 0$)。

曲線Cとy軸で囲まれた部分の面積をSとする。

$\dfrac{2\sqrt{3}}{\pi}S$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

次の文章を読み，以下の問い(問題$\boxed{15}$～$\boxed{17}$)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

半径$3\sqrt{3}$の球に内接する円柱の体積をVとする。この円柱の底面の円の半径をr，高さを$2h$とする。ただし，rとhは実数とする。

I　$r^2 = \boxed{15}$となる。

$\boxed{15}$

㋐ $108 - 4h^2$　㋕ $108 - 2h^2$　㋚ $108 - h^2$　㋟ $81 - 9h^2$

㋤ $81 - 4h^2$　㋩ $81 - 2h^2$　㋮ $81 - h^2$　㋳ $27 - 4h^2$

㋶ $27 - 2h^2$　㋻ $27 - h^2$

II　$V = -2\pi(\boxed{16})$となる。

$\boxed{16}$

㋐ $h^3 - 54h$　㋕ $h^3 - 48h$　㋚ $h^3 - 27h$　㋟ $h^3 - 12h$

㋤ $h^3 - 9h$　㋩ $h^3 - 6h$　㋮ $h^3 - 4h$　㋳ $h^3 - 3h$

㋶ $h^3 - 2h$　㋻ $h^3 - h$

III　Vは$h = k$のとき，最大値Mをとる。

$\sqrt{\dfrac{M}{\pi k}}$の値は$\boxed{17}$となる。

$\boxed{17}$

㋐ 0　㋕ 1　㋚ 2　㋟ 3　㋤ 4

㋩ 5　㋮ 6　㋳ 7　㋶ 8　㋻ 9

次の文章を読み，以下の問い(問題$\boxed{18}$～$\boxed{20}$)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

$a_1 = 1$，$a_{n+1} = \dfrac{4a_n - 9}{a_n - 2}$($n$は自然数)を満たす数列$\{a_n\}$について考える。

I　方程式$x = \dfrac{4x - 9}{x - 2}$($x$は実数，$x \neq 2$)の実数解を$k$とする。
$k = \boxed{18}$となる。

$\boxed{18}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

II　Iで定めたkに対して，
$\dfrac{1}{a_{n+1} - k} = \dfrac{1}{a_n - k} + \boxed{19}$($n$は自然数)が成立する。

$\boxed{19}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

III　数列$\{a_n\}$の一般項は$\boxed{20}$(nは自然数)となる。

$\boxed{20}$

㋐　$\dfrac{3n-4}{n-2}$	㋕　$\dfrac{3n-5}{n-3}$	㋚　$\dfrac{3n-6}{n-4}$	㋟　$\dfrac{3n-7}{n-5}$
㋤　$\dfrac{3n-8}{n-6}$	㋩　$\dfrac{3n-9}{n-7}$	㋮　$\dfrac{6n-7}{2n-3}$	㋳　$\dfrac{6n-9}{2n-5}$
㋶　$\dfrac{6n-11}{2n-7}$	㋻　$\dfrac{6n-13}{2n-9}$		

次の文章を読み，以下の問い（問題 $\boxed{21}$ ～ $\boxed{25}$）に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

関数 $f(x) = x^3 - 12x^2 - 99x - 70$ について考える。曲線 $C : y = f(x)$ に点 $\mathrm{P}\left(\dfrac{35}{4},\ -1280\right)$ から引いた接線のうち，接点の x 座標が曲線 C の変曲点 K の x 座標より大きい接線は 2 本（接線 ℓ_1 および ℓ_2）存在する。ただし，変曲点 K の x 座標を t（t は実数）とする。

2 本の接線を $\ell_1 : y = m_1 x + b_1$（m_1，b_1 は実数），$\ell_2 : y = m_2 x + b_2$（m_2，b_2 は実数）と表記する（$m_1 < m_2$）。

I　曲線 C の変曲点 K の x 座標は $t = \boxed{21}$ となる。

$\boxed{21}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

II　2 本の接線 ℓ_1，ℓ_2 において，

$b_1 = \boxed{22}$ となる。

$\boxed{22}$

㋐ − 11	㋕ − 12	㋚ − 13	㋟ − 14	㋤ − 15
㋩ − 16	㋮ − 17	㋳ − 18	㋶ − 19	㋻ − 20

$b_2 = \boxed{23}$ となる。

$\boxed{23}$

㋐ − 1280	㋕ − 1290	㋚ − 1300	㋟ − 1310	㋤ − 1320
㋩ − 1330	㋮ − 1340	㋳ − 1350	㋶ − 1360	㋻ − 1370

Ⅲ　$\left|\dfrac{m_1 + m_2}{24}\right|$ の値は $\boxed{24}$ となる。

$\boxed{24}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

Ⅳ　曲線 C の $x \geqq t$ の部分と 2 本の接線 ℓ_1, ℓ_2 で囲まれた部分の面積を S とする。

$\sqrt{\dfrac{2S}{39}}$ の値は $\boxed{25}$ となる。

$\boxed{25}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9