入 学 試 験 問 題（1次）

数　　　　学

令和 7 年 1 月 27 日　　　　9 時 00 分—10 時 20 分

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き 10 ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用すること。

4　解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1　4つの多項式(整式)，$P = ax^3 + bx^2 + cx + 3$ (a，b，cは実数，$a \fallingdotseq 0$)，$Q = 3x + 1$，$R = 2x - 1$，$S = x - 3$について考える。多項式Pは多項式Q，多項式R，多項式Sで割り切れるとする。

$|ac + b|$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

2　実数x，yは$x^2 + 4xy + 12x + 8y^2 + 72 = 0$を満たす。

$|x + y|$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

3　2つの複素数$p = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$，$q = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ($i^2 = -1$)について考える。

$\left|p^{16}q^{13} + p^{26}q^{22} + p^{35}q^{33} + p^{45}q^{42} + p^{14}q^{13} + p^{54}q^{52} + p^{33}q^{32} + p^{12}q^{13} + 6\right|$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

4 方程式 $\sin^2 x - 2k\cos x - 3k - 1 = 0$（$k$ は実数）を満たす実数 x が存在するときの k の最大値を M，最小値を m とする。$|M + m|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

5 $A = \sum_{k=1}^{20} \sin \frac{k\pi}{3}$，$B = \sum_{k=1}^{20} \cos \frac{k\pi}{3}$ とする。

$(A + B)^2$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

6 3個の自然数 a，b，c と4個の0以上の整数 p，q，r，s について考える。

$1 \leqq a < b < c \leqq 20$ を満たす a，b，c の組の個数を G，

$p + q + r + s = 19$ を満たす p，q，r，s の組の個数を H とする。

$\frac{|G - H|}{50}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

7　1辺の長さが1の正四面体ABCDについて考える。辺AB上を点Pが動くとき，△CPDの面積の最小値をSとする。$\dfrac{\sqrt{2}}{S}$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

8　△ABCにおいて，AB = 3，AC = 6，BC = k(kは正の実数)とする。
△ABCにおいて，∠A，∠B，∠Cの大きさを，それぞれA，B，Cと表記する。
$k\cos B = 6\cos A + 3$が成立しているとき，△ABCの面積をSとする。
$\dfrac{S^2}{9}$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

9 自然数 N について考える。

N を5で割ったときのとりうる余りは，0，1，2，3，4の5種類あり，5種類のとりうる余りの総和は10となる。

N^2 を5で割ったときのとりうる余りは a 種類あり，a 種類のとりうる余りの総和は S_a である。

同様に，N^3 を5で割ったときのとりうる余りは b 種類であり，b 種類のとりうる余りの総和は S_b となり，

N^4 を5で割ったときのとりうる余りは c 種類であり，c 種類のとりうる余りの総和は S_c となる。

ただし，N，N^2，N^3，N^4 が5で割り切れる場合は，余りは0とする。

$\left|S_a - a\right| + \left|S_b - b\right| + \left|S_c - c\right|$ の値を求めよ。

a，b，c，S_a，S_b，S_c は0以上の整数とする。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

10 座標平面上における円 $C : x^2 + y^2 = 4$，点 $\mathrm{A}(-12, 0)$，点 $\mathrm{B}(0, -5)$ について考える。

円 C 上の点を点 P と表記する。

内積 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}}$ の最大値を M，最小値を m としたときの $|M + m|$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

11　座標空間における点A(8，0，0)，点B(0，4，0)，点C(0，0，2)，原点O(0，0，0)について考える。

3点A，B，Cの定める平面を平面ABCと表記する。点Pは平面ABC上に存在するものとし，線分OPの長さが最小となるときの点Pを点Hとする。

$\overrightarrow{OH}$と3つの内積$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OH}$，$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OH}$，$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OH}$について，

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OH}-|\overrightarrow{OH}|^2$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

12　4次方程式$x^4-2(k+2)x^2+k^2-2k-3=0$は，すべて異なる4つの実数解をもつものとする。

kが整数であるとき，$|k|$の最小値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

13　曲線$y=(\log x)^4$（xは正の実数）とx軸，直線$x=\dfrac{1}{e}$，$x=e^2$で囲まれた部分の面積をSとする。Sの値を求めよ。xの自然対数を$\log x$とし，eは自然対数の底とする。

㋐　$3e^2-60e^{-1}$	㋕　$4e^2-61e^{-1}$	㋚　$5e^2-62e^{-1}$
㋟　$6e^2-63e^{-1}$	㋤　$7e^2-64e^{-1}$	㋩　$8e^2-65e^{-1}$
㋮　$9e^2-64e^{-1}$	㋳　$10e^2-64e^{-1}$	㋶　$11e^2-62e^{-1}$
㋻　$12e^2-61e^{-1}$		

次の文章を読み，以下の問い(問題 $\boxed{14}$ ～ $\boxed{16}$)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

座標平面上の

円 $C_1 : x^2 + y^2 = 1$，円 $C_2 : (x - b)^2 + y^2 = \dfrac{25}{4}$ $\left(b \text{は実数，} \dfrac{3}{2} < b < \dfrac{7}{2}\right)$ について考える。

円 C_1 と円 C_2 は共通な接線をもつ。円 C_1 と円 C_2 の共通接線のなかで，傾きが $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ となるものを直線 ℓ とする。このときの b の値を β とする。

I　直線 ℓ と x 軸との交点Pの x 座標を k とする。$|k| = \boxed{14}$ となる。

$\boxed{14}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

II　$\beta = \boxed{15}$ となる。

$\boxed{15}$

㋐ 2	㋕ $\dfrac{11}{5}$	㋚ $\dfrac{12}{5}$	㋟ $\dfrac{13}{5}$	㋤ $\dfrac{14}{5}$
㋩ 3	㋮ $\dfrac{31}{10}$	㋳ $\dfrac{16}{5}$	㋶ $\dfrac{33}{10}$	㋻ $\dfrac{17}{5}$

III　直線 ℓ と円 C_1 との接点を点 $\mathrm{Q}(q_1,\ q_2)$，直線 ℓ と円 C_2 との接点を点 $\mathrm{R}(r_1,\ r_2)$ とする。

$|q_1r_1 + q_2r_2| = \boxed{16}$ となる。

$\boxed{16}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

次の文章を読み，以下の問い(問題 $\boxed{17}$ ～ $\boxed{20}$)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

等比数列の和，$S_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{8}{9}\right)^{k-1}$ (n は 10000 以下の自然数)について考える。

ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

I　自然数 p は，$p < S_3 < p + 1$ を満たす。

$p = \boxed{17}$ となる。

$\boxed{17}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

II　$5 < S_n < 6$ を満たす最小の n を q (q は自然数)とする。

$q = \boxed{18}$ となる。

$\boxed{18}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

Ⅲ　$N < S_n < N + 1$ を満たす自然数 N が最大値 M をとるときの n の最小値を m（m は自然数）とする。

$M = \boxed{19}$ となる。

$\boxed{19}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

$m = \boxed{20}$ となる。

$\boxed{20}$

㋐ 15	㋕ 16	㋚ 17	㋟ 18	㋤ 19
㋩ 20	㋮ 21	㋳ 22	㋶ 23	㋻ 24

次の文章を読み，以下の問い（問題 $\boxed{21}$ ～ $\boxed{25}$ ）に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

関数 $f(x)=x^4+4x^3-35x^2-6x+144$ について考える。

I　4次方程式 $x^4+4x^3-35x^2-6x+144=0$ は2重解 $x=k$ をもつ。
$k=\boxed{21}$ となる。

$\boxed{21}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

II　関数 $f(x)=x^4+4x^3-35x^2-6x+144$ は，$x=p$ のとき，最小値 m をとり，$x=q$ のとき，極大値 M をとる。
$p=\boxed{22}$ となる。

$\boxed{22}$

㋐　$-3-\dfrac{\sqrt{33}}{2}$	㋕　$-3-\dfrac{\sqrt{34}}{2}$	㋚　$-4-\dfrac{\sqrt{34}}{2}$	㋟　$-4-\dfrac{\sqrt{37}}{2}$
㋤　$-5-\dfrac{\sqrt{37}}{2}$	㋩　$-3+\dfrac{\sqrt{33}}{2}$	㋮　$-3+\dfrac{\sqrt{34}}{2}$	㋳　$-4+\dfrac{\sqrt{34}}{2}$
㋶　$-4+\dfrac{\sqrt{37}}{2}$	㋻　$-5+\dfrac{\sqrt{37}}{2}$		

$q=\boxed{23}$ となる。

$\boxed{23}$

㋐　$-3-\dfrac{\sqrt{33}}{2}$	㋕　$-3-\dfrac{\sqrt{34}}{2}$	㋚　$-4-\dfrac{\sqrt{34}}{2}$	㋟　$-4-\dfrac{\sqrt{37}}{2}$
㋤　$-5-\dfrac{\sqrt{37}}{2}$	㋩　$-3+\dfrac{\sqrt{33}}{2}$	㋮　$-3+\dfrac{\sqrt{34}}{2}$	㋳　$-4+\dfrac{\sqrt{34}}{2}$
㋶　$-4+\dfrac{\sqrt{37}}{2}$	㋻　$-5+\dfrac{\sqrt{37}}{2}$		

$2|M+m| = \boxed{24}$ である。

$\boxed{24}$

㋐ 1000	㋕ 1001	㋚ 1002	㋟ 1003	㋤ 1004
㋩ 1005	㋮ 1006	㋳ 1007	㋶ 1008	㋻ 1009

Ⅲ 曲線 $y=f(x)$ の $y \geqq 0$ の範囲にある部分と x 軸で囲まれる図形の面積を S とする。

$\sqrt{\dfrac{3S}{2}} = \boxed{25}$ となる。

$\boxed{25}$

㋐ 21	㋕ 22	㋚ 23	㋟ 24	㋤ 25
㋩ 26	㋮ 27	㋳ 28	㋶ 29	㋻ 30