

以下の問題に解答せよ。

曲線 C: $y = \frac{1}{x}$ (x は実数, $x > 0$) について考える。

点 P(k, k) (k は実数, $k > 0$) から, 曲線 C 上に存在する相異なる 2 つの

点 Q($\alpha, \frac{1}{\alpha}$), 点 R($\beta, \frac{1}{\beta}$) (α, β は実数, $\beta > \alpha > 0$) に対し引いた直線は,

どちらも曲線 C と接するものとする。

- 1) 曲線 C 上の点 $(t, \frac{1}{t})$ (t は実数, $t > 0$) における接線の方程式を求めよ。
- 2) 上記の条件を満たす k の範囲を求めよ。
- 3) 座標平面上の原点を O としたとき, 直線 OP と直線 QR の交点を S とする。
 $\triangle PQS$ と $\triangle PRS$ が合同であることを証明し, $\alpha\beta$ の値を求めよ。
- 4) $\angle QPR = \frac{2}{3}\pi$ となるとき, k の値および点 Q と点 R の各座標を求めよ。